PROBLEMARIO DE ESTADÍSTICA GENERAL

Y

ESTADÍSTICA I

Prof. (Ing.) Andrés Scott Velásquez

Problemas de Estadística General o Estadística I

Lapso 01

Problema sobre Datos No Agrupados o Sueltos.

1) ***Se toma las edades de los 25 estudiantes de un curso de Estadística Instrumental, las cuales fueron las siguientes: 23 22 22 19 21 20 29 18 18 25 25 23 19 20 19 22 21 23 25 30 29 22 19 19 20***

Con los datos de las edades se pide, elaborar una Distribución de Frecuencias para: a) Responder; Dato de la Quinta Categoría, Frecuencia Absoluta de la Séptima Categoría, Frecuencia Absoluta Acumulada de la Tercera Categoría, Frecuencia Relativa de la Octava Categoría y Frecuencia Relativa Acumulada de la Cuarta Categoría, b) Obtener el porcentaje de observaciones de los datos menores al dato de la Quinta Categoría y el porcentaje de las observaciones igual o mayores al dato de Séptima Categoría, c) Obtener el Modo y Calcular la Media Aritmética, y comprobar que es mayor que la Media Geométrica, d) Calcular la Varianza y la Desviación Estándar y e) Elaborar las gráficas respectivas-Trabajo Estudiantes-.

Solución

Datos sueltos o no agrupados						
Datos (X_i)	**f_i**	**F_i**	**h_i**	**H_i**	**X_i*f_i**	**$X^2_i*f_i$**
X_1=18	2	2	0,080	0,080	36	648
X_2=19	5	7	0,200	0,280	95	1.805
X_3=20	3	10	0,120	0,400	60	1.200
X_4=21	2	12	0,080	0,480	42	882
X_5=22	4	16	0,160	0,640	88	1.936
X_6=23	3	19	0,120	0,760	69	1.587
X_7=25	3	22	0,120	0,880	75	1.875
X_8=29	2	24	0,080	0,960	58	1.682
X_9=30	1	25	0,040	1	30	900
Σ	25		1		553	12.515

a) $X_5 = 22$, $f_7 = 3$, $F_3 = 10$, $h_8 = 0,080$, $H_4 = 0,480$

b) *% de datos menores a la Quinta categoría=48%, % de datos igual o mayor a la séptima categoría:* $6 \times 100 / 25 = 24\%$

c) $M_o = 19;\ \mu = \dfrac{\sum X_i f_i}{N} = \dfrac{553}{25} = 22{,}120;$

$$G = \sqrt[25]{X_1^{f_1} \times X_2^{f_2} \times \ldots \times X_9^{f_9}} = \left(18^2 \times 19^5 \times 20^3 \times 21^2 \times 22^4 \times 23^3 \times 25^3 \times 29^2 \times 30\right)^{1/25} = 21{,}883$$

Como μ=22,120>21,883=G, queda demostrado que la Media Aritmética Poblacional es mayor que la Media Geométrica

Mo=19; μ=22,120 G=21,883

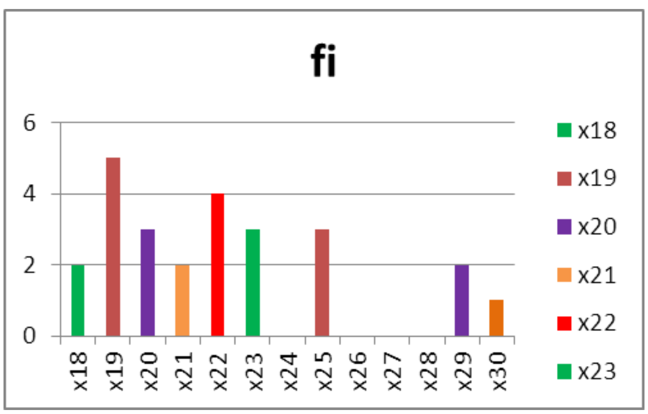
d) $\sigma^2 = \dfrac{\sum X_i^2 f_i}{N} - \mu^2 = \dfrac{12.515}{25} - 22{,}120^2 = 11{,}306 \Rightarrow \sigma = \sqrt{11{,}306} = 3{,}362$

σ^2=11,306; σ=3,362

e) Gráficas

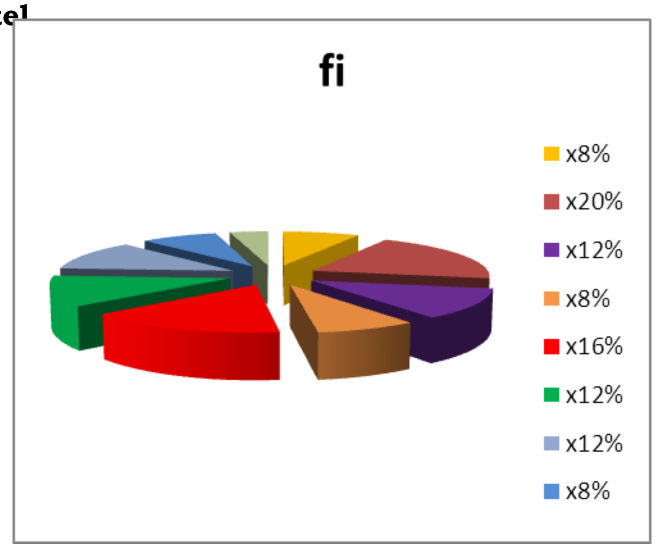
Gráfica de Barras.

X_i	f_i
x18	2
x19	5
x20	3
x21	2
x22	4
x23	3
x24	0
x25	3
x26	0
x27	0
x28	0
x29	2
x30	1



Gráfica de Torta o Pastel

%=100xh$_i$	f$_i$
x8%	2
x20%	5
x12%	3
x8%	2
x16%	4
x12%	3
x12%	3
x8%	2
x4%	1



2) De manera aleatoria se seleccionan las notas de 7 estudiantes de Estadística Instrumental del I. U. G. T., las cuales resultaron ser: 12 10 09 10 15 11 08
Se pide obtener: la Media Aritmética, la Media Geométrica, el Modo o Moda, la Mediana, el tercer Cuartil, sexto Decil, el Percentil 43, la Varianza y la Desviación Estándar o Típica.

Solución

Número de datos Impares

X_i	8	9	10	11	12	15	$\sum$
f_i	1	1	2	1	1	1	7
$X_i \times f_i$	8	9	20	11	12	15	75
$X_i^2 \times f_i$	64	81	200	121	144	225	835

$$Media\ Aritmética: \overline{X} = \frac{\sum X_i f_i}{n} = \frac{8+9+2x10+11+12+15}{7} = \frac{75}{7} \Rightarrow \overline{X} = 10,714$$

$$Media\ Geométrica: G = \left(X_1^{f_1} \times X_2^{f_2} \times .....\times X_n^{f_n}\right)^{1/n} = \left(8x9x10^2x11x12x15\right)^{\frac{1}{7}} \Rightarrow G = 10,510$$

Para obtener el resto de la Medidas Estadísticas que son de posición lo primero que hacemos es ordenar los datos generalmente en orden creciente salvo que se diga lo contrario y se le asigna el respectivo lugar en la serie.

01	02	03	04	05	06	07
08	09	10	10	11	12	14

$$Fórmulas: \ L\ P_i = \frac{i\ \ n+1}{100};\ \ \varphi_i = D_{m.Int.} + p.dec.\ D_{M.\text{int}.} - D_{m.Int.}$$

$$Modo: M_o = 10\ \ El\ dato\ que\ más\ se\ repite$$

$$Mediana: L\ M_D = \frac{7+1}{2} = 4 \Rightarrow M_D = 10\ \ Dato\ que\ ocupa\ el\ lugar\ 4\ de\ la\ serie$$

$$Cuartil\ 3: L\ Q_3 = \frac{3\ \ 7+1}{4} = 6 \Rightarrow Q_3 = 12\ \ Dato\ que\ ocupa\ el\ lugar\ 6\ dela\ serie$$

$$Decil\ 6: \ L\ D_6 = \frac{3\ \ 7+1}{5} = 4{,}8 \Rightarrow D_6 = 10 + 0{,}8\ \ 11 - 10\ \Rightarrow D_6 = 10{,}8$$

$$Percentil\ 43: \ L\ P_{43} = \frac{43\ (7+1)}{100} = 3{,}44 \Rightarrow P_{43} = 10 + 0{,}44\ (10 - 10) \Rightarrow P_{43} = 10$$

$$Varianza \longrightarrow S^2 = \frac{\sum X_i^2 f_i - n\overline{X}^2}{n-1} = \frac{835 - 7 \times 10{,}714^2}{6} = 5{,}245$$

$$Desviación\ Estándar\ o\ Típica \longrightarrow S = \sqrt{5{,}245} = 2{,}290$$

Números de datos pares

X_i	8	9	10	11	12	15	16	Total
f_i	1	1	2	1	1	1	1	8
$X_i \times f_i$	8	9	20	11	12	15	16	91
$X_i^2 \times f_i$	64	81	200	121	144	225	256	1.091

Si agregamos un nuevo dato, supongamos 16, entonces el número de datos serán impares

$$Media\ Aritmética: \overline{X} = \frac{8+9+2x10+11+12+15+16}{8} \Rightarrow \overline{X} = 11{,}380$$

$$Media\ Geométrica: G = \ 8x9x10^2x11x12x15x16^{\frac{1}{8}} \Rightarrow G = 11{,}086$$

Para obtener el resto de la Medidas Estadísticas que son de posición lo primero que hacemos es ordenar los datos generalmente en orden creciente salvo que se diga lo contrario y se le asigna el respectivo lugar en la serie.

01 02 03 04 05 06 07 08
08 09 10 10 11 12 14 16

$$Modo: M_o = 10 \;\; El\ dato\ que\ más\ se\ repite$$

$$Mediana: L\ \ M_D\ \ = \frac{8+1}{2} = 4,5 \Rightarrow M_D = 10 + 0,5\ \ 11 - 10\ \ \Rightarrow M_D = 10,5$$

$$Cuartil\ 3: L\ \ Q_3\ \ = \frac{3\ \ 8+1}{4} = 6,75 \Rightarrow Q_3 = 12 + 0,75\ \ 14 - 12\ \ \Rightarrow Q_3 = 13,5$$

$$Decil\ 6: L\ \ D_6\ \ = \frac{3\ \ 8+1}{5} = 5,4 \Rightarrow D_6 = 11 + 0,4\ \ 12 - 11\ \ \Rightarrow D_6 = 11,4$$

$$Percentil\ 43: L\ \ P_{43}\ \ = \frac{43\ \ 8+1}{100} = 3,87 \Rightarrow P_{43} = 10 + 0,87\ (0 - 10) \Rightarrow P_{43} = 10$$

$$Varianza \longrightarrow S^2 = \frac{1.091 - 8 \times 11,380^2}{7} = 7,852$$

$$Desviación\ Estándar\ o\ ípica \longrightarrow S = \sqrt{7,852} = 2,802$$

Problemas sobre Datos Agrupados por Intervalos de Clases.

1) Los siguientes datos corresponden a las ventas mensuales (En miles de bolívares) realizados por una comercial que vende materiales de oficinas.
Se pide calcular: a) La Varianza y la Desviación Estándar o Típica, b) El Rango Intercuartílico y el Rango Interdecílico, c) La Desviación o Amplitud Semi-intercuartílica, d) Analizar la curva originada por el Polígono de Frecuencias de esta distribución y e) Elaborar gráficas-Trabajo a estudiantes

Solución

NIC	L_I	L_S	f_i	F_i	Xm_i	$Xmif_i$	$X_{mi}^2 f_i$
1	09,5	16,5	5	5	13	65	845
2	16,5	23,5	7	12	20	140	2800
3	23,5	30,5	6	18	27	162	4374
4	30,5	37,5	3	21	34	102	3468
5	37,5	44,5	3	24	41	123	5043
6	44,5	51,5	6	30	48	288	13824
			30			880	30354

a) La Varianza.

$$\mu = \frac{880}{30} \Rightarrow \mu = 29,333$$

$$\sigma^2 = \frac{30.354}{30} - 29,333^2 \Rightarrow \sigma^2 = 151,375$$

La Desviación Estándar.

$$\sigma = \sqrt{151,375} \Rightarrow \sigma = 12,304$$

b) Rango Intercuartílico.

$$Cuartil\ 1: Q_1 = 16,5 + \frac{7}{7}\ 7,5 - 5\ \Rightarrow Q_1 = 19,000$$

$$Cuartil\ 3: Q_3 = 37,5 + \frac{7}{3}\ 22,5 - 21\ \Rightarrow Q_3 = 41,000$$

$$R_Q = 41 - 19 \Rightarrow R_Q = 22$$

Rango Interdecílico.

$$Decil\ 1:\ D_1 = 9,5 + \frac{7}{5}\ 3 - 0\ \Rightarrow D_1 = 13,7\ ; \qquad Decil\ 9:\ D_9 = 44,5 + \frac{7}{6}\ 27 - 24\ \Rightarrow D_6 = 48,000$$

$$R_D = 48,000 - 13,7 \Rightarrow R_D = 34,3$$

c) Desviación o Amplitud Semi-Intercuartílica

$$A_Q = \frac{22}{2} \Rightarrow A_Q = 11,0$$

d) Análisis de la Curva.

$$M_o = 16,5 + \frac{2 \times 7}{2+1} \Rightarrow M_o = 21,167$$

$$CA_1 = \frac{29,333 - 21,167}{12,304} \Rightarrow A_1 = 0,664\ \ Positiva$$

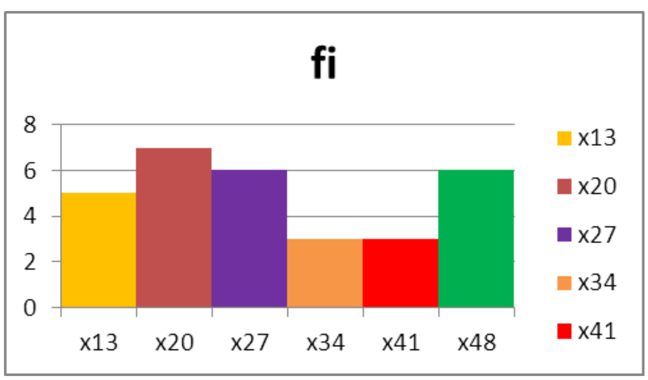
$$K = \frac{11.0}{34,3} \Rightarrow K = 0,321 > 0,263$$

"La curva originada por el Polígono de Frecuencias de esta distribución presenta Asimetría Positiva ya que CA_1 = 0,664 > 0, por lo tanto sesga ala derecha; y además es Puntiaguda o Leptocúrtica por cuanto K = 0,321 > 0,263".

e) Elaborar Gráficas

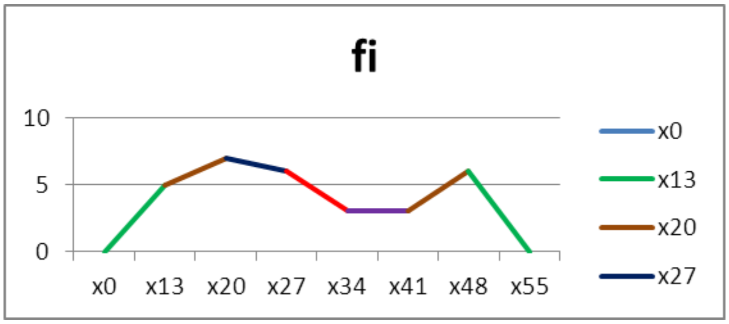
f) Histograma.

X_{mi}	f_i
x13	5
x20	7
x27	6
x34	3
x41	3
x48	6



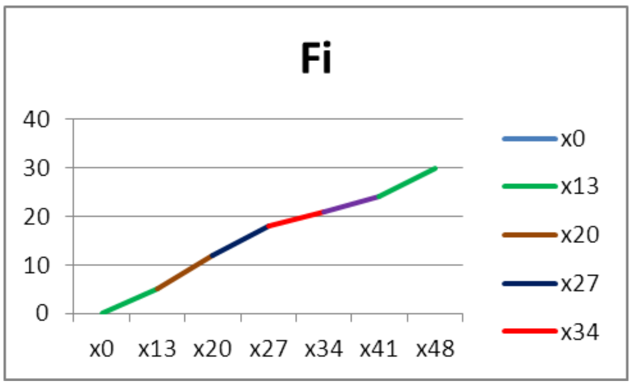
Polígono de Frecuencias.

X_{mi}	f_i
x0	0
x13	5
x20	7
x27	6
x34	3
x41	3
x48	6
x55	0



Ojiva.

X_{mi}	F_i
x0	0
x13	5
x20	12
x27	18
x34	21
x41	24
x48	30



2) ***El cuadro de datos que se presenta al final define a una Distribución de Frecuencias por marcas de clase, donde se refleja los salarios diarios de los obreros de una empresa de construcción. Se quiere conocer:***

- ***a) El porcentaje de obreros cuyos salarios son menores que la Media Aritmética y la cantidad de obreros cuyos salarios sean mayor que el Modo.***
- ***b) Los límites del sector central entre los cuales se consigue el 50% de los obreros de la empresa de construcción.***
- ***c) Si los dueños de la empresa resuelven dar un aumento del 12% a cada obrero, ¿Cuánto debe invertir la empresa para satisfacer este aumento diario?***
- ***d) Analizar la curva originada por el Polígono de Frecuencias de esta distribución***

Salarios (X_{mi})	50	60	70	80	90
Cantidad de Obreros (f_i)	15	20	25	10	5

Solución

L_I	L_S	X_{mi}	f_i	F_i	$X_{mi}f_i$	$X^2_{mi}f_i$
45	55	50	15	15	750	37500
55	65	60	20	35	1200	72000
65	75	70	25	60	1750	122500
75	85	80	10	70	800	64000
85	95	90	5	75	450	40500
			75		4950	336500

Fórmulas:

$$\%\,de\,obs. < D\ = \left[F_{aa} + \frac{f_i}{IC}\ D - L_I\ \right]\frac{100}{N};\quad \%\,de\,obs. > D\ = 100 - \ \%\,de\,obs. < D\ ;$$

$$\mu = \frac{\sum X_{mi} f_i}{N};\ \sigma^2 = \frac{\sum X^2_{mi}}{N} - \mu^2;\quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2_{mi}}{N} - \mu^2};\quad M_o = L_I + \frac{q_1 \times IC}{q_1 + q_2};$$

$$\varphi_i = L_i + \frac{IC}{f_i}\left(\frac{iN}{K} - F_{aa}\right);\ CA_1 = \frac{\mu - M_o}{\sigma};\ K = \frac{Q_3 - Q_1}{2\ \ D_9 - D_1}$$

Desarrollo;

$$\mu = \frac{4.950}{75} = 66;\ M_o = 65 + \frac{5\times 10}{5+15} = 67,5$$

$$\%\ de\ observaciones < \mu = \left[35 + \frac{25}{10}\ \ 66 - 65\ \right]\frac{100}{75} \Rightarrow \boxed{\%\ de\ observaciones < \mu = 50,00\%}$$

a) $$\%\ de\ observaciones > M_o = 100 - \left[35 + \frac{25}{10}\ \ 67,5 - 65\ \right]\frac{100}{75} \Rightarrow$$

$$\boxed{\%\ de\ observaciones > M_o = 45,00\%}$$

b) El 50% del Sector Central se ubica entre el Primer Cuartil y el Tercer Cuartil.

$$Q_1 = 55 + \frac{10}{20}\left(\frac{75}{4} - 15\right) = 56,875;\ Q_3 = 65 + \frac{10}{25}\left(\frac{3\times 75}{4} - 35\right) = 73,50$$

$$\boxed{Q_1 = 56,875;\quad Q_3 = 73,500}$$

c) ***Inversión diaria ante del aumento Bs. 4.950,00.***
Inversión diaria luego del aumento: (66+66x0,12)x75=5.544,00

$$\sigma = \sqrt{\frac{336.500}{75} - 66^2} = 11,431 \Rightarrow CA_1 = \frac{66 - 67,5}{11,431} = -0,131 < 0;\ \ -$$

d) $$D_1 = 45 + \frac{10}{15}\left(\frac{75}{10} - 0\right) = 50,000;\ D_9 = 75 + \frac{10}{10}\left(\frac{9\times 75}{10} - 60\right) = 82,500$$

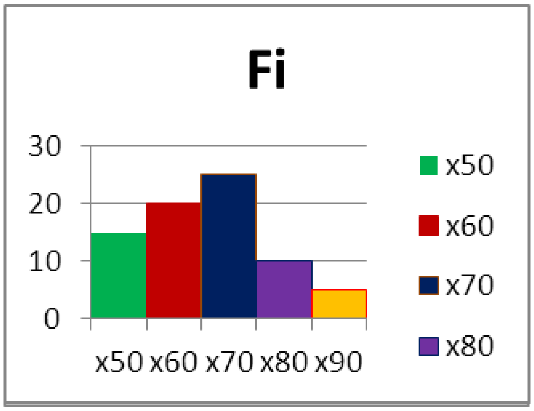
$$K = \frac{73,500 - 56,875}{2\ \ 82,500 - 50,000} = 0,256 < 0,263$$

"La curva originada por el Polígono de Frecuencias de esta distribución presenta Asimetría Negativa ya que CA_1 = -0,131 < 0, por lo tanto sesga ala derecha; y además es Achatada o Platicúrtica por cuanto K = 0,256 < 0,263".

e) ***Gráficas.-***

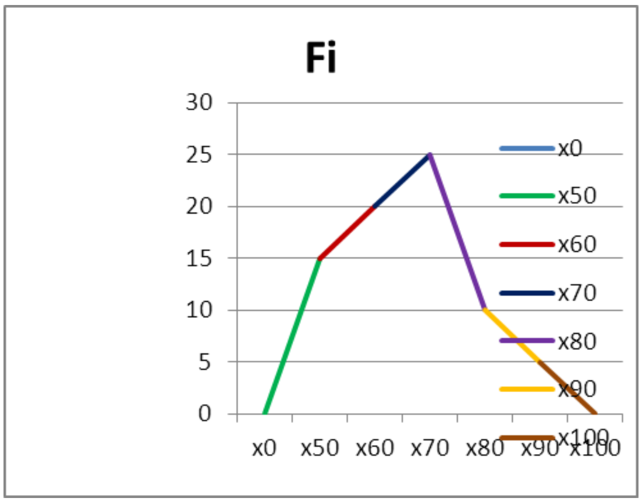
Histograma

X_{mi}	F_i
x50	15
x60	20
x70	25
x80	10
x90	5



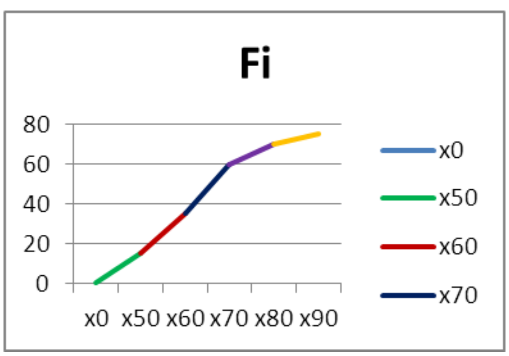
Polígono de Frecuencias

X_{mi}	F_i
x0	0
x50	15
x60	20
x70	25
x80	10
x90	5
x100	0



Ojiva

X_{mi}	F_i
x0	0
x50	15
x60	35
x70	60
x80	70
x90	75



Lapso 02

Problemas sobre Determinación y Regresión Lineal.

1) **Dados los siguientes pares ordenados de (x, y) observados; {(2, 5), (5, 8), (3, 7), (1, 2), (8, 15)} aplicando la fórmula de los Mínimos Cuadrados calcular: a) La Ecuación de la Recta de Regresión Lineal, b) El valor Y' para X = 4 ($Y'_{(X=4)}$) y c) El Coeficiente de Determinación y demostrar que** $r=\sqrt{D}$

Solución

Nº	X_i	Y_i	X_iY_i	X_i^2	Y_i^2	X_i-MediaX_i	Y_i-MediaY_i	(DesX_i)x(DesY_i)
1	2	5	10	4	25	-1,80	-2,4	4,32
2	5	8	40	25	64	1,20	0,6	0,72
3	3	7	21	9	49	-0,80	-0,4	0,32
4	1	2	2	1	4	-2,80	-5,4	15,12
5	8	15	120	64	225	4,20	7,6	31,92
∑	19	37	193	103	367			52,4

a) $B=\dfrac{n\sum X_iY_i-\sum X_i\sum Y_i}{n\sum X_i^2-\left(\sum X_i\right)^2}=\dfrac{5\times193-19\times37}{5\times103-19^2}\Rightarrow B=1{,}701=$

$$A=\frac{\sum Y_i}{n}-B\frac{\sum X_i}{n}=\frac{37}{5}-\frac{1{,}701\times19}{5}\Rightarrow A=0{,}936\Rightarrow$$

$$Y'=0{,}936+1{,}701X$$

b) $Y'=0{,}936+1{,}701X,\ para\ X=4\Rightarrow Y'_{X=4}=0.936+1{,}701(4)\Rightarrow Y'_{X=4}=7{,}74$

c) Cálculo de D

$STC=\sum\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2$	$(5-7{,}4)^2+(8-7{,}4)^2+(7-7{,}4)^2+(2-7{,}4)^2+(15-7{,}4)^2$	93,2
$SCR=B^2\left(X-\overline{X}\right)^2$	$1{,}701^2\times\left[(2-3{,}8)^2+(5-3{,}8)^2+(3-3{,}8)^2+(1-3{,}8)^2+(8-3{,}8)^2\right]$	89,117

$$D=\frac{SCR}{STC}=\frac{89{,}117}{93{,}2}\Rightarrow D=0{,}956\Rightarrow r=\sqrt{D}=\sqrt{0{,}956}\Rightarrow r=0{,}978$$

2) **Un economista de Departamento de Recursos Humanos del Estado Barinas está preparando un estudio sobre el comportamiento de consumidor. Él recolectó los datos que aparecen en cientos de Bolívares para determinar si existe una relación**

entre el ingreso mensual del consumidor y los niveles de consumo mensual. Los datos recolectados se muestran a continuación:

Consumidor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ingreso	24,3	12,5	31,2	28,0	35,1	10,5	23,2	10,0	8,5	15,9	14,7	15,0
Consumo	16,2	8,5	15,0	17,0	24,2	11,2	15,0	7,1	3,5	11,5	10,7	9,2

a) **Determinar cuál es la variable dependiente**
b) **Calcular e interpretar el coeficiente de correlación y el coeficiente de determinación para el estudio que realiza el economista.**
c) **Calcular e interpretar el modelo de regresión lineal. ¿Qué refleja este modelo sobre la relación ingreso consumo?**
d) **¿Qué consumo pronosticará este modelo de regresión lineal para alguna persona que tenga un ingreso de Bs. 27,5?**
e) **Calcular e interpretar el error estándar de estimación para el estudio que realiza el economista y elaborar una gráfica y la interpretación de la misma sobrepuesta sobre el diagrama de dispersión.**
f) **El economista para su estudio desea un Intervalo de Estimación y de Predicción para un nivel de confianza del 95% donde t = 2,228.**
g) **Diagramar la Dispersión de Puntos o Nube de Puntos. Comentar y la Recta de la Ecuación de Regresión Lineal.**

Solución

N°	**X**	**Y**	**XY**	**X^2**	**Y^2**
1	24,3	16,2	393,66	590,49	262,44
2	12,5	8,5	106,25	156,25	72,25
3	31,2	15,0	468,00	973,44	225,00
4	28,0	17,0	476,00	784,00	289,00
5	35,1	24,2	849,42	1232,01	585,64
6	10,5	11,2	117,60	110,25	125,44
7	23,2	15,0	348,00	538,24	225,00
8	10,0	7,1	71,00	100,00	50,41
9	8,5	3,5	29,75	72,25	12,25
10	15,9	11,5	182,85	252,81	132,25
11	14,7	10,7	157,29	216,09	114,49
12	15,0	9,2	138,00	225,00	84,64
$\sum$	**228,9**	**149,1**	**3337,82**	**5250,83**	2178,81

a. **Determinación del Tipo de Variables.**

La Variable Dependiente es el consumo mensual y le asignaremos la letra Y. El nivel de consumo mensual depende del nivel de ingreso mensual de cada ciudadano

b. **Coeficiente de Correlación y Coeficiente de Determinación Lineal**

$$r = \frac{n\ \Sigma XY - \Sigma X \quad \Sigma Y}{\sqrt{\left[n\ \Sigma X^2 - \Sigma X^{\ 2}\right]\left[n\ \Sigma Y^2 - \Sigma Y^{\ 2}\right]}}$$

$$r = \frac{12x3337,82 - 228,9x149,1}{\sqrt{\left[\ 12x5250,83 - 52.395,21 \quad 12x2178,81 - 22.230,81\ \right]}} =$$

$$\frac{5924,85}{6446,378} = 0,9191 \Rightarrow r = 0,9191$$

$$D\% = \ r^{\ 2}\ \% \Rightarrow D\% = \ 0,9191^{\ 2}\ \% = 84,47\% \Rightarrow D\% = 84,47\%$$

"La relación existente entre la Variable Independiente X y la Variable Dependiente Y, presenta un Coeficiente de Correlación Fuerte Positivo ya que 0,5 < 0,919 < 1, y además proporciona una variación total del 84,47% en el Consumo Mensual que se explica o contabiliza, por la variación en el Ingreso Mensual"

c. Análisis de Regresión Lineal

Y´ = A + BX

$$B = \frac{n\ \Sigma XY - \Sigma X \quad \Sigma Y}{n\ \Sigma X^2 - \Sigma X^{\ 2}} = \frac{5924,85}{10.614,75} \Rightarrow B = 0,558$$

$$A = \frac{\Sigma Y}{n} - B\frac{\Sigma X}{n} \Rightarrow A = \frac{149,1}{12} - \ 0,558\ \ \frac{228,9}{12} \Rightarrow A = 1,781$$

$$Y' = 1,781 + 0,558X$$

"El Modelo de la Regresión Lineal que origina los datos de este problema presenta una pendiente negativa lo cual equivale a decir que el Consumo Mensual siempre será menor que el Ingreso mensual"

d. Consumo Mensual para un Ingreso Mensual de X = 27,5.

$$Y'_{27,5} = 1,781 + \ 0,558 \quad 27,5 \ \Rightarrow Y'_{27,5} = 17,126$$

e. Cálculo e interpretación del Error Estándar de Estimación.

f.

$$S_{Y-X} = \sqrt{\frac{\Sigma Y^2 \ - A\ \Sigma Y \ - B\ \Sigma XY}{n-2}} = \sqrt{\frac{2178,81 - 1,781x149,1 - \ 0,558 \quad 3.337,82}{12-2}} = 2,253$$

$$S_{Y-X} = 2,253$$

"El Error Estándar de Estimación S_{Y-X} = 6,233; nos presenta un promedio entre los alejamientos y los acercamientos de los valores de la relación de la Variable Independiente y la Variable Dependiente respecto a la Recta de Regresión Lineal"

g. Intervalo de Confianza e Intervalo de Predicción.

$$IC: LIC \leq Y'_{27,5} \leq LSC$$

$$IP: LIP \leq Y'_{27,5} \leq LSP$$

$$\omega = \frac{1}{n} + \frac{\left(X' - \overline{X}\right)^2}{\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{n}}; \quad \theta = \left(t_{95\%}\right)\left(S_{Y-X}\right)\left(\sqrt{\omega}\right);\ \theta' = \left(t_{95\%}\right)\left(S_{Y-X}\right)\left(\sqrt{1+\omega}\right)$$

$$\omega = \frac{1}{12} + \frac{\left(27,5 - 19,075\right)^2}{5250,83 - \frac{52.395,21}{12}} \Rightarrow \omega = 0,164; \Rightarrow \theta = \left(2,228\right)\left(2,253\right)\left(\sqrt{0,164}\right) \Rightarrow \theta = 2,033;$$

$$\theta' = \left(2,228\right)\left(2,253\right)\left(\sqrt{1+0,164}\right) \Rightarrow \theta' = 5,416$$

$$LIC = Y'_{27,5} - \theta \Rightarrow 17,126 - 2,033, \Rightarrow LIC = 15,093;$$

$$LSC = Y'_{27,5} + \theta \Rightarrow 17,126 + 2,033 \Rightarrow LSC = 19,159$$

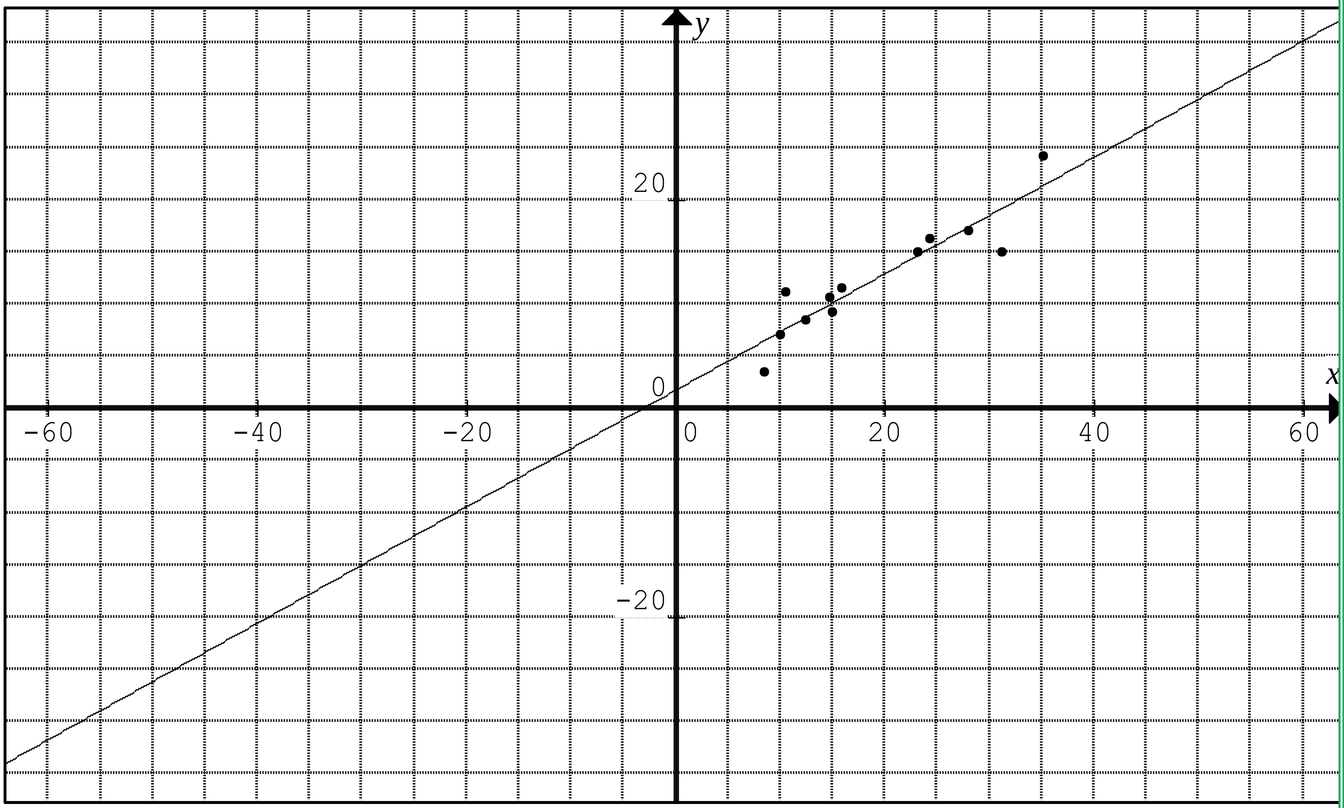
$$IC: 15,093 \leq Y'_{27,5} \leq 19,159$$

$$LIP = Y'_{27,5} - \theta' \Rightarrow 17,126 - 5,416 \Rightarrow LIP = 11,710;$$

$$LSP = Y'_{27,5} + \theta' \Rightarrow 17,126 + 5,416 \Rightarrow LSC = 22,542$$

$$IP: 11,710 \leq Y'_{27,5} \leq 22,542$$

h. Gráfica del Diagrama de Dispersión o Nube de Puntos y la gráfica de la Recta de la Ecuación de Regresión



Lapso 03

Problemas sobre Series Temporales, Cronológicas o de Tiempo.

1) **Desarrollar un el Modelo Aditivo de Serie de Tiempo para la venta en bolívares para una de una librería donde:**

$$T = 3.150,00;\ S = 630,00; C = -157,50\ y\ I = -63,00.$$

Solución

$$ST = 3.150,00 + 630,00 - 157,50 - 63,00 \Rightarrow T = 3.559,50$$

Es de observar que este modelo es inusual por cuanto considera que cada componente es independiente una de otro lo cual no es como se presenta en la vida real, por lo tanto el más usado es el Modelo Multiplicativo que de una u otra manera si relaciona entre sí a las componentes de la Serie Tiempo.

2) **Los valores para la deuda morosa de una entidad bancaria puede registrarse como** $T = 63.000.000,00;\ S = 170\%;\ C = 91\%\ e\ I = 87\%$

$$ST = 63\times10^{6}\times1,7\times0,91\times0,87 \Rightarrow T = 84.791.070,00$$

Problemas Promedios Móviles en Series de Tiempo

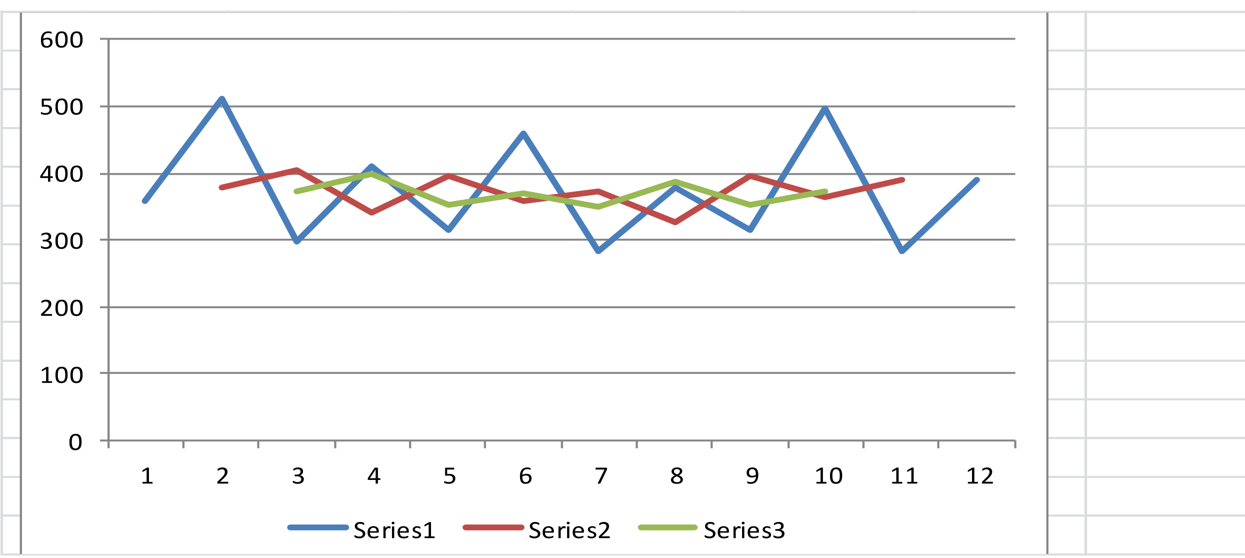
1) **En la tabla anexa se presentan las ventas de una comercial durante los doce meses del año. Se pide calcular el Promedio Móvil de tres meses y el de cinco**

meses y presentar gráficas para los datos dados originalmente y para los promedios móviles calculados.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abril	Mayo	Jun.	Julio	Agost.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
Ventas	327,6	510,3	296,1	409,5	315,0	459,9	283,5	378,0	315,0	497,7	283,5	390,6

Solución

Meses	**Nº**	**Ventas**	**∑(1+2+3)/3+ (2+3+4)/3…**	**P. Móvil (3)**	**∑(1+2+3+4+5)/5+ (2+3+4+5+6)/3+…**	**P. Móvil (5)**
Enero	1	327,6				
Febrero	2	510,3	378,0	378,0		
Marzo	3	296,1	405,3	405,3	371,70	371,70
Abril	4	409,5	340,2	340,2	398,16	398,16
Mayo	5	315,0	394,8	394,8	352,80	352,80
Junio	6	459,9	352,8	352,8	369,18	369,18
Julio	7	283,5	373,8	373,8	350,28	350,28
Agosto	8	378,0	325,5	325,5	386,82	386,82
Septiembre	9	315,0	396,9	396,9	351,54	351,54
Octubre	10	497,7	365,4	365,4	372,96	372,96
Noviembre	11	283,5	390,6	390,6		
Diciembre	12	390,6				



Como se puede observar en la gráfica la serie que corresponde a los datos originales presenta apuntamientos y depresiones muy pronunciadas, la cuales se comienzan a minimizar en el Promedio Móvil 3 como se ve en el gráfico de la serie 2 y ya en el Promedio Móvil 5 según se ve en la serie 3 la gráfica presenta

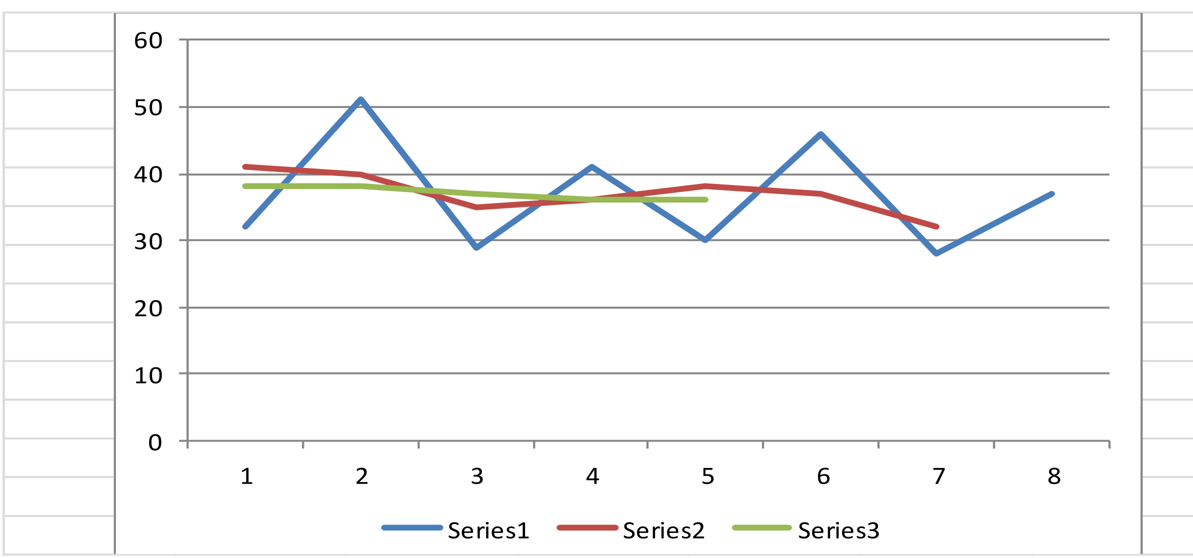
un Suavizamiento con la cual se pueden realizar cálculos que nos puede llevar a mejores predicciones.

2) En la tabla anexa se presentan las ventas de una comercial durante los últimos ocho trimestres de los dos años anteriores. Se pide calcular el Promedio Móvil de dos trimestres y él de cuatro trimestres y presentar gráficas para los datos dados originalmente y para los promedios móviles calculados.

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Ventas	32	51	29	41	30	46	28	37

Solución

Nº	**Ventas**	**∑(1+2)/2+ (2+3)/2…**	**P. Móvil (2)**	**∑(1+2+3+4)/4+ (2+3+4+5)/4+…**	**P. Móvil (4)**
1	32	41,5	41,5	38,25	38,25
2	51	40,0	40,0	37,75	37,75
3	29	35,0	35,0	36,50	36,50
4	41	35,5	35,5	36,25	36,25
5	30	38,0	38,0	35,25	35,25
6	46	37,0	37,0		
7	28	32,5	32,5		
8	37				



Como se puede observar en la gráfica la serie que corresponde a los datos originales presenta apuntamientos y depresiones muy pronunciadas, la cuales se comienzan a minimizar en el Promedio Móvil 2 como se ve en el gráfico de la serie 2 y ya en el

Promedio Móvil 4 según se ve en la serie 3 la gráfica presenta un Suavizamiento bastante uniforme con la cual se pueden realizar cálculos que nos puede llevar a mejores predicciones.

Problemas de Suavizamiento Exponencial para Pronosticar

1) El dueño una librería quiere pronosticar el ingreso por ventas en el mes de Agosto, entendiendo que lo quiere hacer conociendo que al realizar balance del ingreso mensual en el último día del mes de Julio este fue de Bs. 17.465,00; suponemos que es la primera vez que al dueño de la librería se le ocurre calcular un pronóstico, se tiene que para el mes de Junio hubo un ingreso de Bs. 16.670,00. Si asumimos que la constante de Suavizamiento es de α = 0,3; calcular el posible ingreso para Agosto y para Septiembre

Solución

Consideremos al ingreso del mes de Junio como F_t proyección previa para el período corriente, entonces:

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1-\alpha) F_t \Rightarrow$$

$$F_{Agosto} = (0,3)(17.465) + (1-0,3)(16.670) \Rightarrow F_{Agosto} = 16.908,50$$

$$F_{Septiembre} = (0,3)(16.908,50) + (1-0,3)(17.465) \Rightarrow F_{Septiembre} = 17.298,05$$

2) Las tasas mensuales de inflación para el año 2003 se presentan al final. Una oficina de análisis económico va a realizar un pronóstico cual podría ser el índice inflacionario para Enero del 2004 para lo cual debe: a) Producir un Suavizamiento utilizando un Promedio Móvil con cuatro períodos y b) Utilizar un modelo de Suavizamiento Exponencial fijando α = 0,4 para proyectar el índice de Inflación para un mes cualquiera.

Mes	En.	Feb.	Mar.	Abril	Mayo	Jun.	Julio	Agos.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
Inflación	5,4	5,1	5,0	5,2	5,3	5,3	5,4	5,5	5,2	5,5	5,1	5,4

Solución

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1-\alpha) F_t \quad (1-\alpha)\ ;\ de\ donde\ (1-0,4) = 0,6$$

$$F_{Marzo} = (0,4)(5,1) + (0,6)(5,4) = 5,28; F_{Abril} = (0,4)(5,0) + (0,6)(5,28) = 5,17;$$

$$F_{Mayo} = (0,4)(5,2) + (0,6)(5,17) = 5,18; F_{Junio} = (0,4)(5,3) + (0,6)(5,18) = 5,23;$$

$$F_{Julio} = (0,4)(5,3) + (0,6)(5,23) = 5,26; F_{Agosto} = (0,4)(5,4) + (0,6)(5,26) = 5,32;$$

$$F_{Septiembre} = (0,4)(5,5) + (0,6)(5,32) = 5,39; F_{Octubre} = (0,4)(5,2) + (0,6)(5,39) = 5,31;$$

$$F_{Noviembre} = (0,4)(5,5) + (0,6)(5,31) = 5,39; F_{Diciembre} = (0,4)(5,1) + (0,6)(5,39) = 5,27;$$

$$F_{Enero-2004} = (0,4)(5,4) + (0,6)(5,39) = 5,32;$$

Mes	**Tasa**	**PM (4)**	**PM (Centrado)**	**F_t**
Enero (2003)	5,4			
Febrero	5,1			5,40
		5,175		
Marzo	5,0		5,163	5,28
		5,150		
Abril	5,2		5,175	5,17
		5,200		
Mayo	5,3		5,250	5,18
		5,300		
Junio	5,3		5,338	5,23
		5,375		
Julio	5,4		5,363	5,26
		5,350		
Agosto	5,5		5,375	5,32
		5,400		
Septiembre	5,2		5,363	5,39
		5,325		
Octubre	5,5		5,313	5,31
		5,300		
Noviembre	5,1			5,39
Diciembre	5,4			5,27
Enero (2004)				**5,32**

Al final se observa, es decir para Enero del 2004 que el pronóstico en cuanto al Índice de Inflación es de 5,32%

Problema de Tendencia Lineal en el Tiempo para Pronosticar

1) **La tabla anexa representa los ingresos anuales en millones de bolívares de una tienda minoritaria durante los últimos 6 años. Usando una Tendencia Lineal proyectar los Ingresos hacia el año 2015 y establecer el respectivo intervalo de confianza, para $t_{g.l.=4;N.C.=98\%} = 3,747$. El dueño de la tienda estima que si el posible ingreso anual para el 2015 no supera en un 15% el mejor de los ingresos anuales que hasta ahora ha obtenido este negocio, piensa cerrarla; ¿Qué se le recomendaría al dueño?**

Año	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Ingresos	1,283	1,199	1,207	1,319	1,342	1,236

Solución

X	Y	XY	X^2	Y^2
1	1,283	1,283	1,000	1,646
2	1,199	2,398	4,000	1,438
3	1,207	3,621	9,000	1,457
4	1,319	5,276	16,000	1,740
5	1,342	6,710	25,000	1,801
6	1,236	7,416	36,000	1,528
21	7,586	26,704	91,000	9,609

$$B=\frac{n\ \sum X_iY_i\ -\ \sum X_i\ \ \sum Y_i}{n\ \sum X_i^2\ -\ \sum X_i\ ^2}=\frac{6\ \ 26,704\ -\ 21\ \ 7,586}{6\ \ 91\ -\ 21\ ^2}\Rightarrow B=0,009$$

$$A=\frac{\sum Y_i}{n}-B\frac{\sum X_i}{n}=\frac{7,586}{6}-\frac{0,009\ \ 21}{6}\Rightarrow A=1,233$$

$$Y'=A+BX\Rightarrow Y'=1,233+0,009X$$

$$X=2015-2006=9$$

$$Y'_9=1,233+0,009\times 9\Rightarrow Y'_9=1,314$$

$$S_{y-x}=\sqrt{\frac{\sum Y^2\ -A\ \sum Y\ -B\ \ XY}{n-2}}\Rightarrow\sqrt{\frac{9,609-1,233\times 7,586-0,009\times 26,704}{4}}\Rightarrow S_{y-x}=0,061$$

$$\omega=\frac{1}{n}+\frac{X_E-\overline{X}\ ^2}{\sum X_i^2-\frac{\sum X_i\ ^2}{n}}\Rightarrow\frac{1}{6}+\frac{\left(9-\frac{21}{6}\right)^2}{91-\frac{21\ ^2}{6}}\Rightarrow\omega=1,895$$

$$I.C.=\ LIC;LSC\ \Rightarrow I.C.:0,999<Y'<1,629$$

$$\theta=tS_{y-x}\sqrt{\omega}=3,747\times 0,061\sqrt{1,895}\Rightarrow\theta=0,315$$

$$LIC=Y'-\theta=1,314-0,315=0,999;\quad LSC=Y'+\theta=1,314+0,315=1,629$$

Recomendación: **“Tomados los ingreso anuales que aparecen en el cuadro del problema, él del año 2011 es el mejor, y uno superior al 15% sería 1,342x1,15 = 1,543. Del estudio realizado observamos que en el Nivel de Confianza obtenido el Límite de Confianza Superior es mayor que el requerimiento solicitado (LSC =1,629>1,543), por lo tanto se recomienda mantener abierta la tienda, pero realizando los ajustes a los que haya lugar asesorándose con empresas serias que se dedican a este tipo de trabajo para que no se llegue al LIC=0,999, lo cual sería un desastre, se debe hacer lo posible para salvar el negocio”**

Lapso 04

Problemas sobre Números Índices Simple.

1) **En el cuadro anexo se presenta los promedios de precio anuales de tres productos que se vende en la Carnicería y Charcutería Don Antonio C. A. de San Juan de los Morros. Usemos esa tabla para hacer un estudio de variación de precios respecto al año base (2010) respecto a los otros años señalados y elaborar los respectivos números indicadores de precios de los períodos señalados.**

Artículo	Unidad	Precio (Bs.)/ unidad		
		2010	**2011**	**2012**
Res	**1 Kg**	29,00	36,25	49,75
Cerdo	**1 Kg**	32,00	41,50	59,50
Pollo	**1 Kg**	14,00	20,25	29,25

Solución

Aplicando la fórmula de Índice de Precios Simple:

$$IP_S = \frac{P_R}{P_B} \times 100$$

$$Res: IP_{2010} = \frac{29}{29} \times 100 = 100,00;\ IP_{2011} = \frac{36,25}{29} \times 100 = 125,86;\ IP_{2012} = \frac{49,75}{29} \times 100 = 171,55$$

$$Cerdo: IP_{2010} = \frac{32}{32} \times 100 = 100,00;\ IP_{2011} = \frac{41,5}{32} \times 100 = 129,69;\ IP_{2012} = \frac{59,5}{32} \times 100 = 185,94$$

$$Pollo: IP_{2010} = \frac{14}{14} \times 100 = 100,00;\ IP_{2011} = \frac{20,25}{14} \times 100 = 144,64;\ IP_{2012} = \frac{29,25}{14} \times 100 = 208,93$$

Res: Del año 2010 al 2011 el precio varió en 25,86%, es decir 125,86 – 100,00
Del año 2010 al 2012 el precio varió en 71,55%, es decir 171,55 – 100,00
Cerdo: Del año 2010 al 2011 el precio varió en 29,69%, es decir129,69 – 100,00
Del año 2010 al 2012 el precio varió en 85,94% es decir185,94 – 100,00
Pollo: Del año 2010 al 2011 el precio varió en 44,64%, es decir144,64 – 100,00
Del año 2010 al 2012 el precio varió en 108,93%, es decir208,93 – 100,00

2) **Tomemos el problema anterior y utilicemos los Números Índices Simples calculado para cada artículo y apliquemos la fórmula para el Índice de Precios Promedio Simple**.

Solución

	Números Índices de cada artículo		
Artículo	**2010**	**2011**	**2012**
Res	100,00	125,86	171,55
Cerdo	100,00	129,69	185,94
Pollo	100,00	144,64	208,93
$\sum$	**300,00**	**400,19**	**566,42**
$(\sum IP_S/n)=IP_{PS}=$	**100,00**	**133,40**	**188,81**

La variación del Índice Promedio Simple del año 2011 respecto al año base es de 33,40% y él del 2012 sería 88,81%

3) Tomemos el problema anterior y utilicemos los Números precios asignado a cada artículo y apliquemos la fórmula para el Índice de Precio Agregado Simple.

Solución

Artículo	**Unidad**	**2010**	**2011**	**2012**
Res	**Kgs.**	29,00	36,25	49,75
Cerdo	**Kgs.**	32,00	41,50	59,50
Pollo	**Kgs.**	14,00	20,25	29,25
$\sum$		**75,00**	**98,00**	**138,5**
$(\sum P_R/\sum P_B)x100=IP_{AS}=$		**100,00**	**130,67**	**184,67**

Problema sobre Números Índices Simples y Ponderados.

1) En el cuadro anexo se presenta la variación de precios de cuatro productos de alimentos de consumo diario desde el año 2000 al 2005; y las cantidades vendidas en el año 2000 y el año 2003. si tomamos como base el año 2000, se pide obtener:

a) El índice simple de la azúcar en el año 2001 y del aceite de comer en el 2002.
b) Promedio simple de los índices de precio en el 2004.
c) Índice de agregado simple en el 2005.
d) Índice de precio de Laspeyres, Paasche, Ideal de Fisher, Sigwich-Drobisch, Marshall-Edgeworth, Walsh y Keynes para el 2003.

Año		2000		2001	2002	2003		2004	2005
	UNID.	Po	Qo	P1	P2	P3	Q3	P4	P5

Producto									
Aceite	Lit.	75	100	95	115	120	120	145	180
Azúcar	Kgs.	50	120	55	82	95	160	110	135
Harina de Maíz	Kgs.	45	150	60	89	98	200	105	145
Leche en Polvo	Kgs.	25	80	115	190	210	120	225	280

Solución

a) El índice simple de la azúcar en el año 2001 y del aceite de comer en el 2002.

$$IP_{S(Azúcar\ 2001)} = \frac{55 \times 100}{50} \Rightarrow \boxed{IP_{S(Azúcar\ 2001)} = 110,00\%}$$

$$IP_{S(Aceite\ 2002)} = \frac{115 \times 100}{75} \Rightarrow \boxed{IP_{S(Azúcar\ 2001)} = 153,33\%}$$

b) Promedio simple de los índices de precio en el 2004.

Producto	**$P_{0\ (2000)}$**	**$P_{R\ (2004)}$**	**$IP_{S\ (2004)}$**
Aceite	75	145	193,33
Azúcar	50	110	220,00
H. de Maíz	45	105	233,33
Leche en P.	25	224	896,00
		∑	1.542,67

$$IP_{PS(Productos\ en\ el\ 2004)} = \frac{\sum IP_{S(2004)}}{N} = \frac{1.542,67}{4} \Rightarrow \boxed{IP_{PS(Productos\ en\ el\ 2004)} = 385,67\%}$$

c) Índice de agregado simple en el 2005.

Producto	**$P_{0\ (2000)}$**	**$P_{R(2005)}$**
Aceite	75	180
Azúcar	50	135
H. de Maíz	45	145
Leche en P.	25	280
∑	195	740

$$IP_{AS(\text{Productos en el } 2005)} = \frac{\sum IP_{S(2005)}}{\sum IP_{S(2000)}} \times 100 = \frac{740 \times 100}{195} \Rightarrow \boxed{IP_{AS(\text{Productos en el } 2005)} = 379,49\%}$$

d) Índice de precio de Laspeyres, Paasch, Ideal de Fisher, Sigwich-Drobisch, Marshall-Edgeworth, Walsh y Keynes para el 2003.

Laspeyres y Paasche

Producto	P2000	Q2000	P2003	Q2003	PR*QB	PB*QB	PR*QR	PB*QR
Aceite	75	100	120	120	12000	7500	14400	9000
Azúcar	50	120	95	160	11400	6000	15200	8000
H. de Maíz	45	150	98	200	14700	6750	19600	9000
Leche en P.	25	80	210	120	16800	2000	25200	3000
				∑	**54900**	**22250**	**74400**	**29000**

Laspeyres: $IP_{L(2003)} = \frac{\sum(P_{2003} \times Q_{2000})}{\sum(P_{2000} \times Q_{2000})} \times 100 = \frac{54.900 \times 100}{22.250} \Rightarrow \boxed{IP_{L(2003)} = 246,74\%}$

Paasche: $IP_{P(2003)} = \frac{\sum(P_{2003} \times Q_{2003})}{\sum(P_{2000} \times Q_{2003})} \times 100 = \frac{74.400 \times 100}{29.000} \Rightarrow \boxed{IP_{L(2003)} = 256,55\%}$

Ideal de Fisher: $IP_{IF(2003)} = \sqrt{(IP_L \times IP_P)} = \sqrt{(246,74 \times 256,55)} \Rightarrow \boxed{IP_{IF(2003)} = 251,60\%}$

Sigwich-Drobisch: $IP_{SD(2003)} = \frac{(IP_L + IP_P)}{2} = \frac{(246,74 + 256,55)}{2} \Rightarrow \boxed{IP_{SD(2003)} = 251,65\%}$

Producto	P2000	Q2000	P2003	Q2003	PR(QB+QR)	PB*(QR+QB)	PR(QB*QR)$^{1/2}$	PB(QB*QR)$^{1/2}$
Aceite	75	100	120	120	26400	16500	13145,34	8215,84
Azúcar	50	120	95	160	26600	14000	13163,59	6928,20
H. de Maíz	45	150	98	200	34300	15750	16974,10	7794,23
Leche en P.	25	80	210	120	42000	5000	20575,71	2449,49
				∑	**129300**	**51250**	**63858,74**	**25387,76**

Marshall-Edgeworth:

$$IP_{ME(2003)} = \frac{\sum[P_{2003}(Q_{2000} + Q_{2003})]}{\sum[P_{2000}(Q_{2000} + Q_{2003})]} \times 100 = \frac{129.300 \times 100}{51.250} \Rightarrow \boxed{IP_{SD(2003)} = 252,29\%}$$

Walsh: $IP_{W(2003)} = \frac{\sum[P_{2003}\sqrt{(Q_{2000} + Q_{2003})}]}{\sum[P_{2000}\sqrt{(Q_{2000} + Q_{2003})}]} \times 100 = \frac{63.858,74 \times 100}{25.387,76} \Rightarrow \boxed{IP_{W(2003)} = 251,53\%}$

Producto	$Q_{mín}$	P2000	P2003	$Q_{mín}$*P2000	$Q_{mín}$*P2003
Aceite	100	75	120	7500	12000
Azúcar	120	50	95	6000	11400
H. de Maíz	150	45	98	6750	14700
Leche en P.	80	25	210	2000	16800
			∑	**22250**	**54900**

Keynes: $IP_{K(2003)} = \frac{\sum[P_{2003}(mínQ_{2000};Q_{2003})]}{\sum[P_{2000}(mínQ_{2000};Q_{2003})]} \times 100 = \frac{54.900 \times 100}{22.250} \Rightarrow \boxed{IP_{K(2003)} = 246,74\%}$

Problema sobre Números Índices Simples Aplicado a un Estudio de Inflación.

1) **Supongamos que vamos a calcular la inflación en un país para lo cual vamos a tomar tres renglones fundamentales: a) Alimentación (Cesta Básica), b) Vestidos y calzados y Servicios Básicos (Agua, Electricidad, Aseo Urbano y Telefonía). Las variaciones durante los últimos tres años se muestran en tabla. Tomando como año base el 2010 calcular la inflación de los años 2011 y 2012**

Renglones	**Períodos de tiempo**		
	2010	**2011**	**2012**
Alimentación	5.292,10	7.205,14	8.315,55
Vestidos y Calzados	2.108,85	2.831,38	3.915,17
Servicios Básicos	1.099,05	1.267,14	1.919,28

Con la información suministrada preparemos un cuadro para aplicar el cálculo del Número Índice Promedios Simple.

Solución

Cálculo de los Números Índices Promedios Simple.

Renglones	**Números Índices Simple**		
	2010	**2011**	**2012**
Alimentación	100,00	136,15	157,13
Vestidos y Calzados	100,00	134,26	185,65
Servicios Básicos	100,00	115,29	174,63
$\sum P_S$x100	300,00	385,70	517,41

$IP_{S\ 2010} = \frac{300}{3} = 100,00;\quad IP_{S\ 2011} = \frac{385,70}{3} = 128,57;\quad IP_{S\ 2012} = \frac{517,41}{3} = 172,47;$

$IP_{PS\ (2010)} = 100,00\%$
$IP_{PS\ (2011)} = 128,57\%$
$IP_{PS\ (2012)} = 172,47\%$

La Inflación en el 2011 respecto al 2010 fue del 28,57%, (128,57 – 100,00)
La Inflación en el 2012 respecto al 2010 fue del 72,47%, (172,47 – 100,00)